Università Politecnica delle Marche - Facoltà di Ingegneria
Ing. Informatica e Automatica - Ing. Logistica e Produzione

ANALISI NUMERICA - Primo Parziale - TEMA A

(Prof. A. M. Perdon)

Fermo, 21 maggio 2008

PARTE I.
Si chiede allo studente di trattare i seguenti argomenti nel modo più completo possibile.

1. Propagazione degli errori nel caso di operazioni elementari con dati affetti da errore. (10 pt)

2. Metodo del punto fisso: descrizione del metodo. Teorema con dimostrazione. (10 pt)

3. Calcolo della matrice inversa con i metodi diretti. (6 pt)

4. Sistemi lineari sottodeterminati: cosa sono e come si risolvono. (6 pt)

Università Politecnica delle Marche - Facoltà di Ingegneria
Ing. Informatica e Automatica - Ing. Logistica e Produzione

ANALISI NUMERICA - Primo Parziale - TEMA A
(Prof. A. M. Perdon)

Fermo, 21 maggio 2008

PARTE II.
Si chiede allo studente di risolvere i problemi seguenti e di dare la risposta più completa possibile.

1. Trovare tutte le radici dell'equazione
$$\frac{e^x + e^{-x}}{4} - 3x + 2 = 0$$
con 4 decimali esatti, utilizzando il metodo di Newton-Raphson.

   Le radici dell'equazione sono due entrambe positive $x_1 = 3.539294 \quad x_2 = 0.906659$

2. Risolvere con il metodo di Gauss con Pivot Parziale il sistema $Ax = b$, con
$$A = \begin{pmatrix} -5.75 & -6.75 & -1.02 \\ 6.41 & 1.3 & 1.1 \\ 5.12 & 7.7 & 3.24 \end{pmatrix} \qquad \text{e} \qquad b = \begin{pmatrix} -29.762 \\ 12.050 \\ 28.744 \end{pmatrix}.$$
Scrivere tutti i passaggi. La soluzione è
$$x \simeq \begin{pmatrix} 1.44778 \\ 3.403159 \\ -1.504001 \end{pmatrix}$$

3. Costruire la successione di Sturm per il polinomio:
$$P(x) = +x^4 + 4.85\,x^3 - 10.15\,x^2 - 11.15\,x - 15.$$
Servirsene per determinare il numero ed il segno delle radici reali di $P(x)$. Le soluzioni sono due

   reali (un positiva e una negativa) e due complesse coniugate.
La successione di Sturm per $P(x)$ è:
$$\begin{aligned} p_0(x) &= x^4 + 4.85x^3 - 10.15x^2 - 11.15x - 15 \\ p_1(x) &= -4x^3 - 14.55x^2 + 20.3x + 11.15 \\ p_2(x) &= x^2 + 0.2329x + 1.225048 \\ p_3(x) &= -x + 1.47858 \\ p_4(x) &= -1 \end{aligned}$$

Facoltativo : Scrivere in base 10 il numero rappresentato, in virgola mobile in base 16 su 32 bit con esponente ad eccesso 64, dalle seguenti 8 cifre esadecimali :
$$A4A4B6D8$$
Il numero è $-1.8565056 \cdot 10^{123}$

Università Politecnica delle Marche - Facoltà di Ingegneria
Ing. Informatica e Automatica - Ing. Logistica e Produzione

ANALISI NUMERICA Tema B

(Prof. A. M. Perdon)

Fermo, 21 maggio 2008

PARTE I.
Si chiede allo studente di trattare i seguenti argomenti nel modo più completo possibile.

1. Numeri macchina: formati di memorizzazione dei numeri nei calcolatori. (6 pt)

2. Descrivere il metodo dicotomico. Stima a priori del numero di iterazioni necessarie per determinare una radice con 5 decimali esatti. (10 pt)

3. Accuratezza nella soluzione dei sistemi lineari. Pivot parziale e bilanciamento. (6 pt)

4. Regione che contiene le radici di un polinomio (con dimostrazione). (10 pt)

Università Politecnica delle Marche - Facoltà di Ingegneria
Ing. Informatica e Automatica - Ing. Logistica e Produzione

ANALISI NUMERICA Tema B

(Prof. A. M. Perdon)

Fermo, 21 maggio 2008

PARTE II.
Si chiede allo studente di risolvere i problemi seguenti e di dare la risposta più completa possibile.

1. Trovare la radice dell'equazione $\tan(x) - 4x^3 - 1 = 0$ contenuta nell'intervallo $[-1.0; -0.4]$ con 6 decimali esatti, utilizzando uno dei seguenti schemi di punto fisso:

$$a)\ y = \arctan(4x^3 + 1) \qquad\qquad b)\ y = -\sqrt{\frac{\tan(x) - 1}{4x}}$$

La radice dell'equazione:$x = -0.796718$

2. Risolvere, utilizzando la decomposizione triangolare, il sistema $Ax = b$, con

$$A = \begin{pmatrix} 4.68 & -0.884 & 3.016 \\ 5.85 & 0.52 & 0.6 \\ 4.68 & 6.916 & 0.3 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad b = \begin{pmatrix} 15.31 \\ 10.34 \\ 20.59 \end{pmatrix}.$$

Scrivere tutti i passaggi. La soluzione è

$$x \simeq \begin{pmatrix} 1.2 \\ 2 \\ 3.8 \end{pmatrix}$$

3. Calcolare l'inversa della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 0.5 & 0 & 0 & 0 \\ 8.0 & 4.0 & 0 & 0 \\ 1.0 & 3.0 & 2.0 & 0 \\ 1.0 & 2.0 & 3.0 & 5.0 \end{pmatrix}$$

Scrivere tutti i passaggi.

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ -4 & 0.25 & 0 & 0 \\ 5 & -0.375 & 0.5 & 0 \\ -1.8 & 0.125 & -0.3 & 0.2 \end{pmatrix}$$

Università Politecnica delle Marche - Facoltà di Ingegneria
Ing. Informatica e Automatica - Ing. Logistica e Produzione

ANALISI NUMERICA Tema C

(Prof. A. M. Perdon)

Fermo, 21 maggio 2008

PARTE I.
Si chiede allo studente di trattare i seguenti argomenti nel modo più completo possibile.

1. Descrivere il metodo della secante variabile. (10 pt)

2. Propagazione degli errori nel caso di operazioni con dati affetti da errore. (10 pt)

3. Regione in cui si trovano le radici di un polinomio: dimostrazione. (6 pt)

4. Sistemi lineari sottodeterminati: cosa sono e come si risolvono. (6 pt)

Università Politecnica delle Marche - Facoltà di Ingegneria
Ing. Informatica e Automatica - Ing. Logistica e Produzione

ANALISI NUMERICA Tema C

(Prof. A. M. Perdon)

Fermo, 21 maggio 2008

PARTE II.
Si chiede allo studente di risolvere i problemi seguenti e di dare la risposta più completa possibile.

1. Trovare tutte le radici dell'equazione
$$\frac{e^x + e^{-x}}{4} - 3x + 2 = 0$$
con 4 decimali esatti, utilizzando il metodo della secante variabile. Le radici dell'equazione sono

$x_1 = 0.9066589 \quad x_2 = 3.539289$

2. Dato il polinomio $P(x) = +2x^4 + 14.1x^3 - 25.56x^2 - 47.52x$,
   (a) determinare la regione del piano di Gauss contenente tutte le radici di $P(x)$ e gli intervalli di $\mathbb{R}$ in cui si trovano le radici reali;
   (b) calcolare la successione di Sturm e determinare numero e segno delle radici reali di $P(x)$.

La regione del piano di Gauss contenente le radici: $0.65 \leq \mid z \mid \leq 24.76$ La successione di Sturm per $P(x)$ è:
$$\begin{aligned} p_0(x) &= 2x^3 + 14.1x^2 - 25.56x - 47.52 \\ p_1(x) &= -6x^2 - 28.2x + 25.56 \\ p_2(x) &= x + 0.70273 \\ p_3(x) &= -1 \end{aligned}$$

3. Risolvere con il metodo di Gauss con Pivot Parziale il seguente sistema sottodeterminato:
$$\begin{cases} -4.5x_1 - 6.275x_2 - 3.22x_3 + 3.61x_4 + 3.94 = 0 \\ +5x_1 + 2.15x_2 + 5.72x_3 - 0.62x_4 + 13.8 = 0 \\ +4.x_1 + 6.9x_2 + 3.12x_3 + 2.2x_4 - 0.88 = 0 \end{cases}$$
$$\widehat{x} = \begin{pmatrix} 9.8343a + 3.6612 \\ -2.6286a - 1.9742 \\ -7.5a - 0.0457 \\ a \end{pmatrix}$$

Facoltativo : Determinare x in modo che sia verificata l'uguaglianza :
$$(5520)_6 = (x)_4 \cdot (30)_8$$

$x = 311$

Università Politecnica delle Marche - Facoltà di Ingegneria
Ing. Informatica e Automatica - Ing. Logistica e Produzione

ANALISI NUMERICA Tema D

(Prof. A. M. Perdon)

Fermo, 21 maggio 2008

PARTE I.
Si chiede allo studente di trattare i seguenti argomenti nel modo più completo possibile.

1. Descrivere il metodo di Newton Raphson con errore (caso di radice multipla). (10 pt)

2. Numeri macchina reali: semplice e doppia precisione. (10 pt)

3. Cosa dice il teorema di Rouché-Capelli per la soluzione dei sistemi lineari? Quali metodi conosci per la soluzione dei sistemi lineari?(6 pt).

4. Decomposizione triangolare nel caso delle matrici a banda. Algoritmo di Thomas. (6 pt)

Università Politecnica delle Marche - Facoltà di Ingegneria
Ing. Informatica e Automatica - Ing. Logistica e Produzione

ANALISI NUMERICA Tema D

(Prof. A. M. Perdon)

Fermo, 21 maggio 2008

PARTE II.
Si chiede allo studente di risolvere i problemi seguenti e di dare la risposta più completa possibile.

1. Trovare tutte le radici dell'equazione $e^{-2x-2} + x^2 = 2$ con 4 decimali esatti, utilizzando il metodo di Newton-Rapshon

   Le radici dell'equazione sono $x_1 = -1.21254 \quad x_2 = 1.7308245$

2. Dato il polinomio $P(x) = +x^3 + 2.55x^2 - 19.48x + 19.53$:

   (a) Determinare la regione del piano di Gauss contenente tutte le radici di $P(x)$ e gli intervalli di $\mathbb{R}$ in cui si trovano le radici reali;

   (b) Calcolare la successione di Sturm e determinare numero e segno delle radici reali di $P(x)$.

   La regione del piano di Gauss contenente le radici: $0.5 \leq \mid z \mid \leq 20.53$ La successione di Sturm per $P(x)$ è:

$$
\begin{aligned}
&p_0(x) = x^3 + 2.55x^2 - 19.48x + 19.48 \\
&p_1(x) = -3x^2 - 5.1x + 19.48 \\
&p_2(x) = x - 1.73572 \\
&p_3(x) = -1
\end{aligned}
$$

3. Risolvere con il metodo della decomposizione triangolare il sistema $Ax = b$, con

$$
A = \begin{pmatrix} -2.925 & -2.26 & 1.285 \\ 3.25 & 0.72 & -2.23 \\ 2.60 & 2.50 & -2.19 \end{pmatrix} \qquad \text{e} \qquad b = \begin{pmatrix} 3.168 \\ 0.316 \\ -4.882 \end{pmatrix}.
$$

   Scrivere tutti i passaggi. La soluzione è

$$
x \simeq \begin{pmatrix} 1.2 \\ -2.5 \\ 0.8 \end{pmatrix}
$$

Facoltativo : Determinare x in modo che sia verificata l'uguaglianza :

$$
(322.513)_6 = (1322.32)_x
$$

$x = 4$