Universita' degli Studi di Ancona - Facolta' di Ingegneria
Ing. Informatica e Automatica - Ing. Logistica e Produzione
Ing. delle Telecomunicazioni

ANALISI NUMERICA

(Prof. A.M.Perdon)

Fermo, 9 Settembre 2005

1. Scrivere la tabella delle differenze divise per il seguente insieme di dati:

x	2.8	3	3.2	3.4	3.6
$f(x)$	1.75	2.17	3.15	2.77	1.73

Stimare i valori di $f(x)$ nei punti $x = 3.1$ ed $x = 3.3$ usando un polinomio di Newton di grado tre.

Dai dati si ricava questa tabella delle differenze divise:

x	$f(x)$	$f[x_i, x_{i+1}]$	$f[x_i, \ldots, x_{i+2}]$	$f[x_i, \ldots, x_{i+3}]$	$f[x_i, \ldots, x_{i+4}]$
2.8	1.75				
		2.1			
3	2.17		7		
		4.9		-40	
3.2	3.15		-17		68.229
		-1.9		14.58333	
3.4	2.77		-8.25		
		-5.2			
3.6	1.73				

da cui:

$$\begin{aligned} P_1(x) &= 1.75 + 2.1(x - 2.8) \\ P_2(x) &= 1.75 + 2.1(x - 2.8) + 7(x - 2.8)(x - 3) \\ P_3(x) &= 1.75 + 2.1(x - 2.8) + 7(x - 2.8)(x - 3) + \\ &\quad -40(x - 2.8)(x - 3)(x - 3.2) \end{aligned}$$

Poiché ci viene chiesto di stimare $f(3.1)$ con un polinomio di grado 3, conviene usare $P_3(x)$: $P_3(3.1) = 2.71$.

Per stimare invece $f(3.3)$, utilizziamo il polinomio di grado 3 costruito a partire dai valori $3, 3.2, 3.4, 3.6$, rispetto al quale 3.3 risulta più centrale:

$$Q_3(x) = 2.17 + 4.9(x - 3) - 17(x - 3)(x - 3.2) + 14.583333(x - 3)(x - 3.2)(x - 3.4)$$

$$\Longrightarrow Q_3(3.3) = 3.08625$$

2. Risolvere il sistema sovradeterminato $Ax = b$, con

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3.34 & 4 \\ 3 & 3.7 & 3 \\ 4 & 3.8 & 2 \\ 7 & 2.74 & 1 \\ 8 & 0.83 & 5 \end{pmatrix} \qquad \text{e} \qquad b = \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 1 \\ 7.5 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Qualora non ammetta soluzione esatta, calcolare la soluzione nel senso dei minimi quadrati usando la decomposizione QR. Scrivere tutti i passaggi della soluzione del sistema lineare.

$$Q = \begin{pmatrix} 0.0848189 & 0.584081 & 0.5312496 \\ 0.2544567 & 0.497097 & 0.0907688 \\ 0.3392756 & 0.437717 & -0.2443449 \\ 0.5937322 & -0.010516 & -0.5957749 \\ 0.6785511 & -0.469079 & 0.54303101 \end{pmatrix}, \quad R = \begin{pmatrix} 11.5758 & 3.2551 & 2.8508 \\ 0. & 3.7027 & 3.1222 \\ 0. & 0. & 3.4821 \end{pmatrix},$$

risolviamo il sistema $Rx = Q^T b$:

$$\begin{pmatrix} 11.7898 & 4.7041 & 5.7677 \\ 0. & 5.03527 & 2.3471 \\ 0. & 0. & 4.02799 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8.1002 \\ 5.3237 \\ -0.4257 \end{pmatrix}$$

Si tratta di un sistema triangolare superiore e si risolve facilmente per sostituzione all'indietro:

$$\begin{aligned} x_3 &= \frac{-0.4257}{4.02799} = -0.10569 \\ x_2 &= \frac{5.3237 - 2.3471x_3}{5.03527} = 1.10655 \\ x_1 &= \frac{8.1002 - 5.7677x_3 - 4.7041x_2}{11.7898} = 0.297246 \end{aligned}$$

Quindi

$$\widetilde{x} = \begin{pmatrix} 0.297246 \\ 1.10655 \\ -0.10569 \end{pmatrix}$$

3. Calcolare con il Metodo di Romberg

$$\int_{-7}^{1} f(x)dx$$

dove la $f(x)$ è definita dalla tabella

x	-7	-5	-3	-1	1
$f(x)$	5.56	5.24	5	4.61	4.88

Dare una stima dell'errore.

A_i	$\frac{\triangle A_i}{3}$	B_i	$\frac{\triangle B_i}{15}$	C_i
41.76				
40.88	-0.29333	40.586		
40.14	-0.24666	39.893	-0.0462	39.847

Con il metodo di Romberg l'integrale richiesto vale $I \approx 39.8$ con <u>almeno</u> 1 decimale esatto.

Facoltativo: Determinare x ed y in modo che sia verificata l'uguaglianza:

$$(3456.78)_{12} = (x)_{10} = (y)_6$$

$$x = 3 * 12^3 + 4 * 12^2 + 5 * 12 + 6 * 12^0 + 7 * 12^{-1} + 8 * 12^{-2} = 5826.63\overline{8}$$

$5826 \div 6 = 971 \; r = 0$
$971 \div 6 = 161 \; r = 5$
$161 \div 6 = 26 \; r = 5$
$26 \div 6 = 4 \; r = 2$
$4 \div 6 = 0 \; r = 4$

La parte intera di $y = (42550)_6$
$0.63\overline{8} * 6 = 3.83$
$0.8\overline{3} * 6 = 5$

La parte frazionaria di $y = 0.35$
$y = 42550.35.$